



# JOURNAL OF SOCIAL AND HUMANITIES SCIENCES RESEARCH

Uluslararası Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma Dergisi

Open Access Refereed e-Journal & Refereed & Indexed

Article Type	Research Article	Accepted / Makale Kabul	16.09.2019
Received / Makale Geliş	12.07.2019	Published / Yayınlanma	19.09.2019

## BORSA İSTANBUL ÜZERİNE BİR UYGULAMA: OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ<sup>1</sup> AN APPLICATION ON BORSA ISTANBUL: OPTIMAL PORTFOLIO SELECTION

**Dr. Hakan BİLİR**

Rekabet Başuzmanı, Ankara / TÜRKİYE, ORCID: 0000-0001-9947-7199

**Oğuzkağan KANLIDERE**

Türk Telekomünikasyon A.Ş, Ankara / TÜRKİYE, ORCID: 0000-0003-0832-722X



**Doi Number:** <http://dx.doi.org/10.26450/jshsr.1359>

**Reference:** Bilir, H. & Kanlıdere, O. (2019), Borsa İstanbul Üzerine Bir Uygulama: Optimal Portföy Seçimi, *Journal of Social and Humanities Sciences Research*, 6(42): 2530-2542.

### ÖZET

Portföy optimizasyonu geçmişten bugüne yatırım dünyasının ilgisini çeken konuların başında gelmektedir. Yatırımcılar, yapacakları yatırımlardan yüksek verim elde etmek istemekte ve bu nedenle optimal portföylere ulaşmayı amaçlamaktadır. Optimal portföye ulaşabilmek için izlenmesi gereken yöntem ve kurallar belirli aşamalardan geçerek bu günkü halini almıştır. 1950'li yıllara kadar portföy optimizasyonu geleneksel yaklaşım ile yapılmaktaydı. Bilimsel verilerin kullanımından uzak ve rasgele çeşitlendirme yöntemini esas alan geleneksel yaklaşım sadece varlık sayısını artırarak riskin azaltılacağını savunmaktaydı. Geleneksel yaklaşım 1952 yılında Harry S. Markowitz'in "Portföy Seçimi" adlı makalesi yayınlanana kadar geçerliliğini korumuştur. Bu çalışma ile Markowitz'in geliştirmiş olduğu ve üzerinden uzun bir zaman geçmiş olmasına rağmen halen geçerliliğini koruyan Ortalama Varyans Modeli'nin temelleri atılmıştır. Çeşitlendirme yaparken bir takım bilimsel ve matematiksel verileri kullanan OVM, herhangi bir risk seviyesinde elde edilebilecek en yüksek getiriye ulaşma veya ulaşmak istenilecek getiri seviyesine en düşük risk ile ulaşma imkanı vermektedir. OVM yatırımcılara, sadece hangi varlıklara yatırım yapmaları gerektiğini söylemekle kalmayarak aynı zamanda hangi varlığa hangi ağırlıkta yatırım yapmaları gerektiğinin bilgisini de vermektedir. OVM ile optimal portföyler bulunurken; varlıkların geçmiş verileri ve varlıkların getirilerinin birbirleriyle olan ilişkileri kullanılır. Bu çalışma ile OVM'nin temel hususlarından bahsedilmiş ve OVM kullanılarak optimal portföylerin elde edilmesine yönelik bir uygulama yapılmıştır.

**Anahtar Kelime:** Portföy seçimi, Ortalama Varyans Modeli, Portföy Optimizasyonu.

### ABSTRACT

Portfolio optimization is at the forefront of the topics that are of interest to the investment world from the past to the present. Investors want to get high efficiency from their investments and therefore aim to obtain most suitable optimal portfolios. The methods and rules that need to be followed in order to achieve the optimal portfolio have taken their present form by passing through certain stages. Until the 1950s, portfolio optimization was a traditional approach, which was away from the use of scientific data and based on the random diversification method, argued that it would reduce the risk by only increasing the number of assets. The traditional approach remained valid until the publication of Harry S. Markowitz's "Portfolio Selection" in 1952. This work has laid the foundations of the Mean Variance Model (MVM), which Markowitz developed and still maintains its validity over a long period of time. Utilizing a range of scientific and mathematical data for diversification, the MVM makes it possible to achieve the highest possible return at any risk level, or the lowest level of return desired. MVM tells investors not only what assets they should invest in, but also how much they should invest in those assets. When obtaining the optimal portfolios by MVM; the historical data of the assets and their relation to each other are used.

This study discusses the basic aspects of MVM and shows an application for obtaining optimal portfolios using MVM.

**Key Words:** Portfolio Selection, Mean Variance Model, Portfolio Optimization.

<sup>1</sup> Bu çalışma Bahçeşehir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsünde sunulan 2018 tarihli "Optimal Portföyün Seçimi Üzerine Bir Uygulama" başlıklı yüksek lisans tezinden üretilmiştir. Değerlendirmeler yazarlara ait olup kurumsal bir görüşü yansıtmaz

## 1. GİRİŞ

Portföy çeşitlendirmesi, geçmişten bugüne portföy riskini azaltmak için kullanılan yöntemlerin başında gelmektedir. 1950'li yıllara kadar hem teoride hem de uygulamada yaygın olarak kullanılan geleneksel portföy teorisi; farklı sektörlerde birden fazla varlığa yatırım yaparak portföy riskinin azaltılacağını öngörmekteydi. Geleneksel yaklaşıma göre; portföyün çeşitlendirilmesi riski azaltırken getiriye artırmaktadır. Yatırım yapılan varlıkların rasgele çeşitlendirilmesi ile riskin azaltılması mümkün gibi görünse de, geleneksel yaklaşımın öngöremediği bazı önemli riskler bulunmaktaydı. Yatırım yapılan varlıkların birbirleri ile olan korelasyonlarının dikkate alınmaması bu risklerin başında gelmekte ve yüksek riskli yatırımlar yapılmasına neden olmaktadır. Yalnızca yalın çeşitlendirme ile riskin azaltılamayacağını ve varlıklar arası ilişkinin de (korelasyon) dikkate alınması gerektiğini düşünen Harry S. Markowitz, 1952 yılında, günümüzde de halen güncelliğini koruyan Modern Portföy Teorisi'nin (MPT) temellerini atmıştır. İlk olarak 1952 yılının Mart ayında "Journal of Finance" isimli derginin "Portföy Seçimi" başlıklı makalesi ile tanıtılan MPT, ortalama varyans modelini esas almaktadır. Riskin varyans olarak kabul edildiği ortalama varyans modeline göre; portföyün geçmişteki davranışları analiz edilerek, gelecekteki değerinin tahmin edilebilmesi ve bu analiz ile portföy riskinin minimuma indirilmesi mümkündür. MPT yatırımcılara; elde etmek istedikleri getiri düzeyine düşük risk ile veya yatırım yapmak istedikleri risk seviyesinde en yüksek getiriye sahip olma imkanı vermektedir. MPT varlıkların getirilerinin birbirleriyle olan ilişkilerinin de dikkate alınması gerektiğinden bahsetmiş ve getiriler arası ilişkiler dikkate alınarak aynı getiri seviyesinde daha düşük riskli portföyler elde edilebileceğini göstermiştir.

Bu çalışmada; BIST 100'de yer alan 15 hisse senedinin 2012 ve 2017 yılları arasındaki getiri değerleri dikkate alınarak OVM (Ortalama Varyans Modeli) aracılığıyla optimal portföyler belirlenmesi ve optimal portföylerden oluşan etkin sınır grafiğinin çizilmesi amaçlanmaktadır. Çalışmada optimal portföyün seçimine yönelik süreçler detaylı bir şekilde ele alınmaktadır.

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

Hem MPT ile ilgili olarak hem de genel olarak portföy seçimine yönelik geçmişten bugüne birçok çalışma yapılmıştır.

Markowitz, 1952 yılında yaptığı çalışmada tek başına finansal varlıkların seçilmesiyle değil, farklı finansal varlıklardan oluşan portföylerin seçilmesiyle portföy optimizasyonu yapmanın daha geçerli bir yöntem olduğunu savunmuştur. Çalışma portföyün riskini minimize ve getirisini maksimize etmek üzerine odaklanmaktadır. Markowitz çalışmada varyans kullanarak optimal portföyü oluşturmuş ve bu yöntemi popüler hale getirmiştir. Varyansın yanı sıra çalışmada finansal varlıkların geçmiş bir dönemdeki verileri incelenerek gelecek beklenen getirileri hesaplanmıştır. Bu çalışma sonucunda Markowitz'in yaklaşımı akademik dünyada kabul görmüş ve bu çalışma ile Modern Portföy Teorisi'nin temelleri atılmıştır (Markowitz, 1952: 77-91).

Elton ve Gruber, 1977 yılında yaptıkları çalışmalarında portföydeki varlık sayısını arttırarak portföy varyansında olan değişimler üzerine çalışmışlardır. İlk olarak portföydeki varlık sayısı 1 den 10'a yükseltilmiş ve portföyün varyansının %51 oranında azaldığı gözlemlenmiştir. Daha sonraki aşamada portföydeki varlık sayısı 10'dan 20'ye yükseltilmiş ve portföyün varyansının %5 azaldığı gözlemlenmiştir. En son aşamada ise varlık sayısı 20'den 30'a yükseltilmiş ve portföy varyansının %2 azaldığı gözlemlenmiştir. Bu çalışma sonucunda portföydeki varlık sayısı arttırılarak portföy varyansının azaldığı görülmüş ancak eklenen her 10 portföyün varyansa etkisi bir önceki varlık ekleme işlemine göre daha düşük olmuştur (Elton ve Gruber, 1977: 1743-1759).

Statman 1987 yılında yaptığı çalışmada S&P 500 endeksinde bulunan finansal varlıklar üzerinde çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda iyi çeşitlendirilmiş bir optimal portföye ulaşmak için portföyde kullanılması gereken varlık sayısının 30 – 40 arasında olması gerektiği hesaplanmıştır (Statman, 1987: 353 - 363).

Çetin, 2007 yılında yaptığı çalışmada İMKB 30 endeksinde yer alan hisse senetlerinin Ocak 2006 – Temmuz 2006 tarihleri arasındaki günlük verilerini kullanmıştır. Markowitz modern portföy teorisi kullanılarak optimal portföyler ve etkin sınır grafiği elde edilmiştir. Çalışmanın sonucunda İMKB 30 endeksiyle aynı risk grubunda olan daha yüksek getirili portföyler elde edilmiştir (Çetin, 2007: 63-81).

Topal ve İlarıslan, 2009 yılında yaptıkları çalışmalarında İMKB 30 endeksinde yer alan 27 hisse senedinin 2006 yılındaki günlük değerleri kullanılarak MPT ile optimal portföy oluşturulmuştur. Portföyün etkin sınırı ile risksiz getiri oranı incelendiğinde, oluşturulan portföyün optimal karakterde bir tanjant portföyü olduğu sonucuna varılmıştır (Topal ve İlarıslan, 2009: 219-247).

Kaya ve Kocadağlı, 2012 yılında yaptıkları çalışmalarında Markowitz (1952), Sharpe (1964) ve Konno & Yamazaki modelleri ile optimal portföy oluşturmaya çalışmışlardır. Çalışmada BİST 30 da yer alan bazı hisselerin Eylül 2011 – Ekim 2011 tarihleri arası günlük verileri kullanılmıştır. Sonuç olarak Markowitz ve Konnoz & Yamazaki modellerinin beklenen getiri düzeyinde çözülmesi sonucu oluşturulan portföylerin %4 oranında zarara uğrattığı görülürken, etkin sınır ile çözülerek oluşturulan portföylerin getirilerinden %2 oranında kar elde edildiği gözlemlenmiştir (Kaya ve Kocadağlı, 2012: 19-35).

Yakıcı ve Akay, 2013 yılında yaptıkları çalışmalarında BİST 30’da bulunan 23 hisse senedinin 2006-2012 yılları arası kapanış değerlerini kullanmışlardır. 23 hisse senedi için MPT ve DPO modelleri kullanılarak optimal portföyler belirlenmiştir. Çalışmanın sonunda gerçekleşen getiriler karşılaştırıldığında; bütün risk seviyelerinde DPO’nun MPT’ye göre daha iyi portföyler oluşturulduğu gözlemlenmiştir (Yakıcı ve Akay, 2013: 119-132).

Abay, 2013 yılında yaptığı çalışmada İMKB 30 endeksinde yer alan 20 hisse senedinin 2005 yılındaki aylık verilerini MPT ile çözümleyerek optimal portföylere ulaşmaya çalışmıştır. Çalışmada ilk olarak ortalama getiriler ve varyans kovaryans matrisi bulunmuştur. Varyans kovaryans matrisi ile en optimal risk - getiri oranına sahip hisseler bulunarak etkin sınır grafiği çizilmiştir. Çalışmanın sonucunda İMKB 30 ile aynı getiri oranına sahip olup, daha düşük riskli portföylerin olduğu ve aynı Şekilde İMKB 30 ile aynı risk oranına sahip olup, daha yüksek getirili portföylerin olduğu grlmştur (Abay, 2013: 175 – 194).

Toraman ve Yrk, 2014 yılında yaptıkları çalışmalarında BIST 100 endeksinde yer alan 16 hisse senedinin Haziran 2008 – Aralık 2012 tarihleri arasındaki haftalık verilerini MPT ile çözümleyerek optimal portföyleri hesaplamışlardır. Hesaplamalar Excel Solver eklentisi kullanılarak yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda etkin sınır grafiği üzerinde yer alan portföylerin, risk karşısındaki davranışa bakıldığında daha fazla getiri gerieceği gözlemlenmiştir (Toraman ve Yrk, 2014: 133-148).

Akayır, Doğan ve Demir, 2014 yılında BİST 50 endeksinde yer alan hisse senetlerinin 1 Ağustos 2013 – 30 Eylül 2013 tarihleri arasındaki günlük verileri ile çalışmışlardır. Çalışmada Markowitz ortalama varyans modeli ve Elton Guber portföy optimizasyonu modelinin, BİST 50 hisse senetleri üzerinde ve ilgili tarihlerde uygulanabilirliği test edilmiştir. Çalışmanın sonucuna göre Elton Guber yöntemi ile elde edilen risk, Markowiz yöntemi için bir kısıt olarak eklendiğinde daha etkin getirili yeni bir portföy elde edilmiştir (Akayır vd, 2014: 333-352).

Uygurtürk ve Korkmaz’ın, 2015 yılında yaptıkları çalışmalarında piyasadaki iki Őirketin bireysel emeklilik fonları kullanılmıştır. Çalışmada Anadolu Hayat Emeklilik A.Ő. ve Garanti Emeklilik ve Hayat A.Ő.’ye ait 7’şer adet emeklilik fonu üzerinde Markowitz Modern Portföy teorisi kullanılarak belirli risk gruplarında optimal portföyler belirlenmiş ve etkin sınır grafikleri çizilmiştir. Çalışmanın sonucunda her iki Őirket için çıkan sonuçlar yorumlanmış ve Anadolu Hayat Emeklilik A.Ő. fonları ile oluşturulan optimal portföylerin getirilerinin aynı risk grubundaki, Garanti Emeklilik ve Hayat A.Ő. fonları ile oluşturulan optimal portföy getirilerine göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir (Uygurtürk ve Korkmaz, 2015: 67-82).

Bilir, 2016 yılında yaptığı çalışmasında BIST endeksinde yer alan 10 hisse senedinin 2015 yılındaki 12 aylık verilerini kullanmıştır. Çalışmada Markowitz Ortalama Varyans ve Sharpe Ratio Modelleri kullanılarak portföy optimizasyonu yapılması amaçlanmıştır. Çalışmada ilk olarak OVM kullanılarak 11 adet portföy elde edilmiştir. Daha sonraki aşama da ise Sharpe Ratio Modeli kullanılarak bulunan bu portföyler içinden optimal olanın hangisi olduğuna karar verilmiştir. Çalışmanın sonucunda; bulunan optimal portföyün orijinal portföye göre yaklaşık üç kat daha fazla getiriye sahip olduğu grlmştur (Bilir, 2016: 53-59).

Yiğiter ve Akkaynak’ın, 2017 yılında yaptıkları çalışmada piyasadaki çeşitli yatırım araçlarının (Dolar, Sterlin, Euro, BİST 100, BİST 50, BİST 30, Altın, Gümüş) Ocak 2009 – Nisan 2015 tarihleri arasındaki

1580 günlük verileri kullanılmıştır. Çalışmada, Markowitz'in MPT'si ile optimal portföyler bulunmuş ve etkin sınır grafiği çizdirilmiştir. Çalışmanın sonucunda analizi yapılan 8 adet yatırım aracı ile 247 alternatif portföy oluşturulabileceği görülmüştür. Oluşturulan 247 portföy incelendiğinde en yüksek riskli portföyün 2 yatırım aracından, en optimal portföyün ise 5 yatırım aracında olduğu gözlemlenmiştir (Yiğiter ve Akkaynak, 2017: 285-300).

### 3. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Genel anlamıyla portföy; belirli bir grup veya kişiye ait olan, genel olarak tahvil, hisse senedi ve fon gibi çeşitli menkul kıymetlerden oluşan finansal kıymetlere denilmektedir (Zerey ve Terzi, 2015: 38). Portföy yönetimi; yatırım amaçlarının gerçekleşmesi adına yatırımcının yaptığı girişimlerin hepsini kapsamaktadır. Yatırımcılara ait finansal varlıkların seçilmesi, portföyde bulundurulacağı ağırlıkların belirlenmesi ile ilgili uygulama ve yöntemleri kapsamaktadır. Portföy yönetiminde riskin, yatırımcıların ihtiyaçlarını ifade ettiği söylenebilir. Portföy yönetimi; alınmak istenen riske uyan en yüksek getirinin sağlanmasını amaçlamaktadır. Portföy yönetimi ile amaçlanan; alınacak riskin çeşitlendirme yaparak azaltılmasıdır. Küçük yatırımcıların zarara uğraması başarılı bir portföy yönetimi ile engellenebilir (Başar vd, 2013: 3).

Portföye eklenen her finansal varlığın portföyün riskini düşürdüğünü varsayan geleneksel yaklaşım, portföye eklenen varlık sayısının artırılması ilkesine dayanır. Geleneksel yaklaşımda yatırımcılar herhangi bir hesaplama yapmadan seçilmiş finansal varlıklara yatırım yaparak riskin azalacağını varsayarlar. Geleneksel yaklaşıma göre tesadüfi olarak seçilmiş 200 finansal varlıktan oluşmuş bir portföy, 20 finansal varlıktan oluşmuş bir portföye göre 10 kat daha iyi çeşitlendirilmiştir.

Geleneksel Portföy Yaklaşımı'na göre portföyde bulunan varlıkların kar payları ile belirli bir dönemdeki değer artışları toplamı, portföyün getirisine eşittir. Bu yüzden varlıkların gelecekteki getirilerinin yatırımcılar tarafından tahmin edilmesi gerekmektedir. Diğer yandan, portföy getirilerine göre oluşacak riskler de bulunmalıdır. Portföyü meydana getiren birden fazla varlığın getirileri farklı yönde harekette bulunacağından dolayı, portföyün riski, portföyde bulunan tek bir varlığın riskinden daha az olacaktır. Ancak bu yaklaşımda portföydeki finansal varlıkların getiri ve risklerinin hesaplanması bireysel olarak yapılacak ve istatistiksel olarak değerlendirilmeyecektir. Portföyde bulunan varlık sayısını arttırmak riski azaltmaya yeterli olacağından dolayı böyle bir değerlendirmeye zaten gerek de olmayacaktır (Bayramoğlu, 2012: 19-20). Markowitz'in doktora tez amacıyla 1950'li yıllarda başladığı çalışması ile MPT'nin temelleri atılmış ve bu çalışma ile portföy yönetimi anlayışında büyük değişiklikler olmuştur (Urhan, 2010: 7). Nitel olan ve ilgili değişkenleri ölçülebilir hale dönüştürmeye çalışmayan geleneksel yaklaşımın aksine, MPT, ortalama varyans modeli ile değişkenleri ölçülebilir hale getirmeye ve portföy bileşim sürecini standart olan bir optimizasyon yapısına dönüştürmeye çalışır. Bu durumda bütün menkul kıymetlerin risk ve getirilerinin hesaplanması gerekmektedir.

Markowitz'in OVM ile elde ettiği bulgular aşağıdaki şekilde sıralanabilir (Marangoz, 2006: 34-35);

1. Çeşitlendirme ile risk azaltılabilmekte ve portföyün riski portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabilmektedir.
2. Bununla birlikte, portföye alınacak varlıkların seçilme işlemi üstünlük ilkesi esas alınarak yapılır. Aynı risk seviyesindeki iki finansal varlıktan yüksek getiri veren, aynı getiri veren iki varlıktan riski az olan portföye eklenir ve bu durum bir etkin sınırın var olduğunu ortaya koymaktadır.
3. Etkin sınıra kuadratik programlama ile ulaşılır.

MPT'ye göre n sayıda finansal varlıktan oluşan portföyün beklenen getiri ve risklerinin hesaplanması gerekmektedir. Ancak menkul kıymetlerin birbiriyle olan korelasyonlarının hesaplanması menkul sayısı arttıkça zorlaşmakta hatta elle hesaplamak imkansız hale gelmektedir. Bu yüzden bu tür işlemler, özel hazırlanmış bilgi işlem programları aracılığıyla yapılmaktadır.

N sayıda menkul kıymetten oluşan bir portföyde, her bir menkul kıymete değişik ağırlık verilip sonsuz sayıda portföy oluşturmak mümkündür. Bu yüzden yatırımcılar bekledikleri getiri düzeyinde kovaryansın ağırlıklı ortalamasını mümkün olduğunca düşürerek paylaşılacak etkin portföyleri seçmelidirler. Yatırımcılar beklenen getiriye dikkate alırken varyansı da göz önünde bulundurmaları

ihmal etmemelidirler. Eğer varyans dikkate alınmadan yalnızca maksimum getiriye ulaşılmak istenirse, yatırımlar en yüksek getiriye veren tek bir hisseye yatırılacaktır. Diğer yandan, yatırımcılar sadece risk ile ilgilenip beklenen getiriye önemsemiyorlarsa fonlarını en düşük risk seviyesine sahip bir hisseye yatıracaklardır. Markowitz farklı risk ve getiri değerleri için etkin portföylerin birleştirildiği eğriye etkin sınır eğrisi adını vermiş ve yatırımcıların amacının bu eğri üzerindeki noktaları bularak yatırımlarını etkin sınır üzerindeki portföylere yapmaları gerektiğini belirtmiştir (Marangoz, 2006: 35-36).

#### 4. BULGU ve TARTIŞMALAR

Bu çalışma ile Borsa İstanbul'da (BİST) işlem gören 15 hisse senedi arasından en iyi beklenen getiri-risk dengesini sağlayacak optimal portföylere ulaşılmaya çalışılmıştır. Optimal portföylere ulaşabilmek için Markowitz ortalama varyans modelinden yararlanılmıştır. Bu çalışmada BİST 100 endeksinde yer alan 15 hisse senedinin Şubat 2012 – Aralık 2017 tarih aralıklarındaki aylık verileri Markowitz ortalama varyans modeli ile analiz edilerek optimal portföyler hesaplanmıştır. Hisselerin belirtilen 71 aylık dönem, için aylık açılış fiyatları dikkate alınmıştır. Çalışmada ilk olarak hisse senetlerinin aylık getirileri hesaplanmış, sonraki aşamada getirilerin standart sapmaları bulunmuş ve varyans-kovaryans matrisi hesaplanmıştır. Varyans kovaryans matrisi kullanılarak ve risk getiri ilişkisi göz önünde bulundurularak optimal portföyler oluşturulmuştur. Sonraki aşamada oluşturulan optimal portföylerin; varyans, standart sapma ve beklenen getirileri hesaplanarak etkin sınır grafiği çizilmiştir. Çalışmada kullanılan formüller ve yöntemle ilişkin açıklamalar aşağıdaki gibidir:

Getiri; bir finansal varlığın belli bir dönemdeki getirdiği kazanç ve kaybın yüzdesel olarak belirtilmiş halidir.

Getiri formülü aşağıdaki gibidir;

$$Getiri = R_i = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \quad (1)$$

Formülde;

$R_i$ :  $i$  varlığının bir dönemdeki getirisidir.

$P_0$ : Finansal varlığın o dönemin başındaki fiyatıdır.

$P_1$ : Finansal varlığın o dönemin sonundaki fiyatıdır.

Geçmiş veriler dikkate alınarak bir finansal varlığın ortalama getirinin hesaplanması;

$$ri = 1/n \sum_{j=1}^n R_j \quad (2)$$

Formülde;

$r_i$ :  $i$  hissesinin ortalama getirisi,

$n$ : toplam periyot sayısını (ay),

$R_j$ : Varlığın  $j$  ayındaki getirisini,

ifade etmektedir.

Birden çok finansal varlıktan oluşan portföyün getirisinin hesaplanması;

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n r_i \cdot x_i \quad (3)$$

Formülde;

$E(R_p)$ : Portföyün beklenen getirisini,

$r_i$ :  $i$  hissesinin ortalama getirisini,

$x_i$ :  $i$  hissesinin portföy içindeki ağırlığını,

ifade etmektedir.

Ortalama Varyans Modeline göre portföy optimizasyonu yapılırken, beklenen getirinin yanında portföy riskinin de dikkate alınması gerekmektedir. Portföyde risk kavramı; varyans veya standart sapma ile gösterilmektedir.

$$Varyans = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \quad (4)$$

$$Standart Sapma = \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}} \quad (5)$$

Burada;

$\sigma_p^2$  : Portföyün varyansını,

$w_i$  : i' finansal varlığının portföy içerisindeki yatırım oranını,

$w_j$  : j'nci finansal varlığının portföy içerisindeki yatırım oranını

$\sigma_{ij}$  : i'nci finansal varlık ile j'nci finansal varlık arasındaki kovaryansı,

ifade etmektedir.

Her iki formülden de görülebileceği gibi; hesaplamaların yapılabilmesi için portföydeki varlıkların aralarındaki değişim ilişkilerini gösteren kovaryans ve korelasyonların hesaplanmaları gerekmektedir (Bayramoğlu, 2012: 30-31).

Kovaryans, herhangi iki değişkenin birlikte değişim ölçüleri arasında negatif veya pozitif herhangi bir ilişki olup olmadığını ortaya koyar. Korelasyon katsayısına bağlı olarak, i ve j varlıkları arasındaki kovaryans aşağıdaki şekilde hesaplanabilir;

$$Kovaryans = \sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad (6)$$

Formülde;

$\sigma_{ij}$  : i ve j varlıkları arasındaki kovaryansı,

$\rho_{ij}$  : i ve j varlıkları arasındaki korelasyon katsayısını,

$\sigma_i$  : i finansal varlığının standart sapmasını,

$\sigma_j$  : j finansal varlığının standart sapmasını,

ifade eder.

Korelasyon katsayısı ise iki menkul değer getirileri arasındaki ilişkiyi ve iki serinin hangi yönde ve hangi miktarda birlikte değişim göstereceğini ölçen bir katsayıdır.

Korelasyon katsayısı aşağıdaki formülle hesaplanabilir;

$$Korelasyon Katsayısı = \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (7)$$

Varyans formülünde kovaryansı korelasyon katsayısına bağlı olarak yazılırsa korelasyon katsayısına bağlı varyans formülü elde edilir.

$$Varyans = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \quad (8)$$

Formülde kovaryans değeri ( $\sigma_{ij}$ ) korelasyon katsayısına ( $\rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$ ) bağlı yazılırsa;

$$Varyans = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \cdot w_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad (9)$$

formülü elde edilir.

Formülde;

$\rho_{ij}$ : i ve j varlıkları arasındaki korelasyon katsayısını,

$\sigma_i$ : i finansal varlığının standart sapmasını,

$\sigma_j$ : j finansal varlığının standart sapmasını,

$w_i$ : i' finansal varlığının portföy içerisindeki yatırım oranını,

$w_j$ : j'nci finansal varlığının portföy içerisindeki yatırım oranını,

ifade eder.

Markowitz Ortalama Varyans modeli kullanılarak portföy optimizasyonu yapılırken; portföye eklenecek hisse sayısının ikiden fazla olduğu durumlarda, portföyün beklenen getirisi ve portföyün varyansının hesaplanması için matris çarpımlarının yapılması gerekmektedir. Matrisler kullanılırken aşağıdaki adımlar takip edilir.

1. Adım: Beklenen portföy getirisinin hesaplanma aşamasıdır. Portföy getirisini hesaplamak amacıyla; varlıkların portföydeki ağırlığını ifade eden matris ile portföydeki varlıkların beklenen getirisini veren matrisin transpozesi olan iki matris çarpılır. Bu işlem ile portföyün beklenen getirisi hesaplanmış olacaktır.

$$E(r_p) = W \cdot B^T \quad (10)$$

Formülde;

$E(r_p)$ : Portföyün beklenen getirisini;

$W$  : Portföydeki yatırım oranlarını veren ağırlık matrisini;

$B^T$  : Portföydeki her bir varlığın beklenen getirisini veren B matrisinin transpozisini;

ifade eder.

2. Adım: Portföyün Varyans Kovaryans Matrisi'nin oluşturulmasıdır. Varyans Kovaryans Matrisi (VCV); iki matrisin sırayla çarpımı ile hesaplanır. Bu çarpımlardan birincisi; finansal varlıkların her birinin beklenen getirilerinin gerçekleşmeme risklerinden oluşan risk matrisi (V) ile her bir varlığın getirisinin, çalışma setindeki diğer varlıkların getirileri ile aralarındaki korelasyonu kapsayan korelasyon matrisinin (C) çarpımıdır. İkinci çarpım da ise; birinci çarpımdan elde edilen matris (VC) ile risk matrisi (V) çarpılır. Böylelikle VCV elde edilmiş olur. VCV bir sonraki adımda portföyün matrisinin hesaplanması için kullanılacaktır.

3. Adım: Portföyün varyansını veren matrisin (T WVCVW) hesaplanmasıdır. Portföyün varyansı, sırasıyla iki matrisin çarpımıyla hesaplanacaktır. Bu çarpımlardan birincisi; varlıkların ağırlıklarından oluşan W matrisi ile 2. adımda elde edilen VCV'nin çarpımıdır. Bu çarpım ile WVCV matrisi elde edilmiş olur. İkinci çarpımda ise; WVCV matrisi ile, ağırlık matrisinin transpozisini ifade eden T W matrisleri çarpılır. Böylelikle portföyün varyansını ifade eden T WVCVW matrisi bulunmuş olur.

Yukarıda anlatılan üç adım ile portföyün beklenen getirisi ve varyansı hesaplanmış olur. Bu üç adım Ortalama Varyans Modeli ile portföy optimizasyonunun yapılabilmesi için lazım olan verilerin elde edilmesi amacıyla yapılmıştır ve optimizasyon işleminin tamamını ifade etmemektedir. Bu aşamadan sonra artık portföy optimizasyon işlemine başlanılabilir. Portföy optimizasyonu; en yüksek getiri seviyesinde en düşük riskli portföye ulaşmak veya en düşük risk seviyesinde en yüksek getirili portföye ulaşmak amacıyla hangi finansal varlığa ne oranda yatırım yapılacağına belirlenmesi işlemidir.

Portföy optimizasyonu Markowitz tarafından; etkin sınır olarak adlandırılan bir etkin portföyler bütünü üzerinden, yatırımcıların beledikleri getiri ve risk duyarlılıkları dikkate alınarak portföyün belirlendiği süreç olarak açıklanabilir (Bayramoğlu, 2012: 33-35).

Markowitz portföy optimizasyon modeli ile ulaşılmak istenen; maksimum getirili ve minimum riskli portföyler olsa da, aynı anda bu iki amaca ulaşmak ve her iki koşulu da sağlayan optimum bir noktanın bulunması oldukça zor bir işlemdir. Normal şartlarda, maksimum portföy getirisinin sağlandığı noktada minimum riski elde etmek rasyonel değildir. Aynı şekilde portföyün riskinin minimum olduğu noktada maksimum portföy getirisini elde etmek de rasyonel değildir.

Bu nedenle Markowitz, bir portföyün her risk seviyesi için o seviyedeki optimum getiriyi veya her getiri seviyesi için o seviyedeki optimum riski sağlayan portföyleri hesaplamıştır. Hesaplanan bu etkin portföylerden oluşan portföy kümesi, etkin portföylerden oluşmuş sınır anlamına gelen “etkinlik sınırı” şeklinde adlandırılmıştır. Oluşturulan bu etkinlik sınırında bulunan portföyler kümesindeki elemanların her biri, etkin portföy olarak adlandırılır (Pekkaya, 2011: 31-32).

Uygulamada Şubat 2012 – Aralık 2017 tarihleri arasında BIST kapsamında sürekli olarak işlemde bulunan çoğunluğu farklı sektörlerden 15 adet hisse senedi seçilmiştir. Modelde yer alan hisse senetleri seçilen aralıkta sürekli piyasada bulunan ve ağırlıklı olarak BİST 100 de yer alan hisselerdir. Hisse senetlerinin 71 ay için aylık açılış fiyatları göz önüne alınmıştır.

Uygulama da kullanılan 15 finansal varlığın ADF testi ile durağanlık ve normal dağılım özelliği gösterip göstermediklerine bakılmıştır. İstatistik çalışmalarında serilerin simetrisini çarpıklık, serilere ait sivriliği ise basıklık ölçmektedir. Normal dağılım olduğu durumda çarpıklık değerinin 0, basıklık değerinin ise 3 olması gerekmektedir. Bu şartlara uymayan serilerde çarpıklık değeri 0’dan küçük ise serinin sağa çarpık, 0’dan büyük ise de serinin sola çarpık olduğu söylenebilir. Basıklık değeri 3’den büyük ise serinin sivri, 3’den küçük ise de serinin basık olduğu söylenebilir.

Geçmiş getirileri hesaplanan varlıkların, modelde kullanılarak gelecek verilerinin hesaplanabilmesi için durağanlık özelliği gösterip göstermediklerine bakılacaktır. Hisse senetlerinin durağan olması, gelecekteki değerlerinin tahmin edilebilir durumda olduğunu gösterecektir. Varlıkların durağan olması için serinin ortalaması, kovaryansı ve varyansının belirtilen zaman zarfında sabit olması gerekmektedir. Varlıkların durağan olup olmadığının anlaşılması için varlıklara Augmented Dickey-Fuller (ADF) testi uygulanması gerekmektedir. ADF testinde sonucun “0” çıkması varlıkların durağanlık gösterdiği ve gelecekteki değerlerinin tahmin edilebilir durumda olacağı anlamına gelirken, sonucun “0” çıkmaması veya “0” a yakınsanmayacak kadar küçük bir değer çıkmaması durumunda varlığın durağanlık göstermediği ve gelecekteki değerlerinin tahmin edilebilir durumda olmadığı anlamına gelecektir.

Çalışmanın yapılacağı 15 hisse senedinin aylık verileri incelendiğinde AKBNK, ARCLK, ASELS, EREGL, GARAN, PETKIM, THYAO, TUPRS ve VAKBN HİSSELERİNİN JB’ye göre normal dağılım gösterdiği, DENİZ, ISGYO, NETAS, SASA, VESTL ve ZOREN hisse senetlerinin ise Jargue Bera’ya göre normal dağılım göstermediği görülmüştür. Normal dağılmayan hisse senetleri ise çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma yakınsama göstermeleri nedeniyle normal dağılım gösterdikleri varsayımı yapılmıştır. Bütün hisse senetlerine ait ADF testi sonucu “0” çıkmış ve bu sebeple birim kök olmadığı ve hisse senedi verilerinin getiri serilerinin durağan olduğu sonucuna ulaşılmıştır

Çalışmada uygulamada kullanılan 15 adet hisse senedinin öncelikle 1 ila 71. aylar arasındaki her ay için aylık getirileri bulunmuş, aylık getiriler kullanılarak da 71 ayın ortalama getirileri ve varyansları hesaplanmış, varyans kovaryans matrisi oluşturulmuştur. Çalışmanın devamında eşit ağırlıkta dağıtıldığı varsayılan hisseler için portföyün getirisi ve portföyün varyansı hesaplanmıştır. Elde edilen veriler excel solver eklentisi ile çözülmüş ve bu işlem sonunda optimal portföyler için; portföy ağırlıkları, risk getiri değerleri bulunmuş ve etkin sınır grafiğine ulaşılmıştır. Hesaplamalar yapılırken aşağıda verilen formüller ve kısıtlar kullanılmıştır:

Amaç Fonksiyonu;

$$\text{Min. } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij} \quad (11)$$

Kısıtlar;

$$\sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_i \geq R \quad (12)$$



$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (13)$$

$$0 \leq X_i \leq 1, i = 1, \dots, 5 \quad (14)$$

N : Mevcut varlık sayısı,

$x_i$  : Karar değişkenleri,

$\sigma_{ij}$  : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans değeri

$\mu_i$  : i varlığının beklenen getirisi,

R : Hedeflenen beklenen getiriyi

ifade etmektedir.

Hisse senetlerinin aylık getirileri belirtilen 71 aylık dönem için her bir ayın ilk günü açılış fiyatları baz alınarak formül 1'de gösterildiği gibi hesaplanmıştır.

Hisselerin 71 aylık süreç boyunca ortalama getirilerini bulabilmek için, her hissenin 71 aylık getirilerinin aritmetik ortalaması alınmıştır.

$$r_i = 1/n \sum_{j=1}^n R_j \quad (15)$$

$r_i$ : i hissesinin ortalama getirisi

n: toplam periyot sayısı(ay)

$R_j$ : Varlığın j ayındaki getirisi

Uygulamada kullanılan 15 hisse senedinin Şubat 2012 – Aralık 2017 arası aylık getirileri Tablo 1'de görüldüğü gibi hesaplanmıştır. 71 aylık süreçteki ortalama getiriler incelendiğinde kullanılan hisselerin hepsinin pozitif yönde getiri sağladığı görülmektedir. 71 aylık periyotta en yüksek ortalama getirisi olan hisseler ASELSAN, SASA ve TÜRK HAVA YOLLARI iken, en düşük ortalama getirisi olan hisseler ise AKBANK, DENİZBANK ve GARANTİ BANKASI'dır. Seçilen zaman aralığı için en düşük ortalama getirinin bankacılık sektöründe olduğu görülmektedir.

**Tablo 1.** Seçilen Hisse Senetlerinin Aylık Ortalama Getirisi

HİSSE SENEDİ	ORTALAMA GETİRİ
AKBNK	% 0,93
ARCLK	% 1,97
ASELS	% 4,48
DENIZ	% 1,05
EREGL	% 2,86
GARAN	% 1,07
İSGYO	% 1,34
NETAS	% 1,42
PETKM	% 2,86
SASA	% 4,21
THYAO	% 3,13
TUPRS	% 2,35
VESTL	% 2,88
VAKBN	% 1,52
ZOREN	% 1,40

Yatırım yapacağımız varlıklara karar verirken sadece ilgili varlığın getirisinin hesaplanması yeterli değildir. Yatırım yapılacak varlığın riskinin, yani varyansının da hesaplanması gerekmektedir. Riskin bilinmesi ile yatırımcılar; düşük risk ve yüksek getirili portföylere ulaşabileceklerdir. Çalışmada kullanılan 15 hisse senedinin varyanslarını ve birbirleriyle arasındaki kovaryans ilişkilerini kapsayan 15 x 15 lik varyans-kovaryans matrisi Şekil 1'de gösterilmiştir.

	isgyo	deniz	arclk	tuprs	akbnk	vakbank	garan	sasa	vestl	zoren	petkm	asels	eregl	thyao	netas
isgyo	0,004463	-0,00058	0,002477	0,001125	0,003379	0,004024	0,003418	0,001902	0,002177	0,002662	0,001795	0,001737	0,000712	0,001661	0,00265
deniz	-0,00058	0,016152	0,001053	3,64E-05	-9,7E-05	-5,9E-05	-0,00064	0,002108	-0,00146	0,000499	-5,7E-05	0,000328	5,52E-05	-0,00058	0,004516
arclk	0,002477	0,001053	0,006018	0,001877	0,003814	0,003987	0,00353	0,001939	0,002008	0,002199	0,002362	0,001915	0,001129	0,002368	0,001811
tuprs	0,001125	3,64E-05	0,001877	0,004968	0,003688	0,003454	0,003635	0,001383	0,002523	0,002388	0,0021	0,003311	0,002154	0,002592	0,000817
akbnk	0,003379	-9,7E-05	0,003814	0,003688	0,007019	0,006824	0,006487	0,001994	0,004903	0,004872	0,003584	0,003181	0,002993	0,003979	0,001216
vakbank	0,004024	-5,9E-05	0,003987	0,003454	0,006824	0,009415	0,006872	0,00324	0,004754	0,006231	0,003897	0,003798	0,00331	0,004564	0,003449
garan	0,003418	-0,00064	0,00353	0,003635	0,006487	0,006872	0,006887	0,001788	0,005047	0,004407	0,003272	0,003476	0,002732	0,004116	0,002162
sasa	0,001902	0,002108	0,001939	0,001383	0,001994	0,00324	0,001788	0,015337	0,002156	0,006021	0,003031	0,002351	0,003433	0,0021	0,000805
vestl	0,002177	-0,00146	0,002008	0,002523	0,004903	0,004754	0,005047	0,002156	0,024135	0,007934	0,004362	0,003783	0,005164	0,002285	0,002383
zoren	0,002662	0,000499	0,002199	0,002388	0,004872	0,006231	0,004407	0,006021	0,007934	0,02005	0,00312	0,00344	0,002162	0,00403	0,000555
petkm	0,001795	-5,7E-05	0,002362	0,0021	0,003584	0,003897	0,003272	0,003031	0,004362	0,00312	0,005815	0,002652	0,002565	0,003237	0,001802
asels	0,001737	0,000328	0,001915	0,003311	0,003181	0,003798	0,003476	0,002351	0,003783	0,00344	0,002652	0,007326	0,001372	0,003979	0,00251
eregl	0,000712	5,52E-05	0,001129	0,002154	0,002993	0,00331	0,002732	0,003433	0,005164	0,002162	0,002565	0,001372	0,007837	0,001379	0,0011
thyao	0,001661	-0,00058	0,002368	0,002592	0,003979	0,004564	0,004116	0,0021	0,002285	0,00403	0,003237	0,003979	0,001379	0,010418	0,001841
netas	0,00265	0,004516	0,001811	0,000817	0,001216	0,003449	0,002162	0,000805	0,002383	0,000555	0,001802	0,00251	0,0011	0,001841	0,02581

Şekil 1. 15 Hisse Senetlerinin Varyans Kovaryans Matrisi

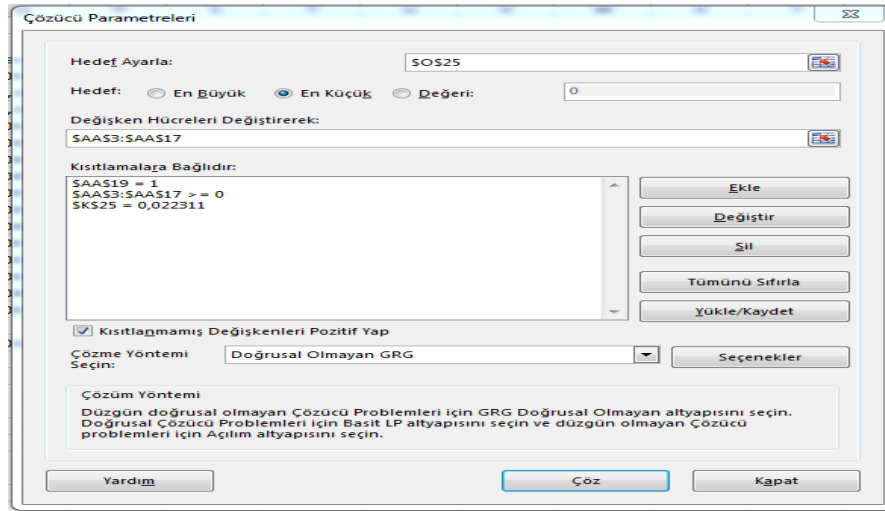
Matrisin köşegenindeki değerler ilgili hücreye karşılık gelen hisse senedinin varyansını, diğer değerler ise hisseler arası kovaryans değerlerini göstermektedir. Portföyün varyansı hesaplanırken varyans – kovaryans matrisi kullanılacaktır.

Seçilen finansal varlıkların ortalama getirilerini ve risk değerlerini bilmek optimal bir portföy oluşturmak için tek başına yeterli olmayacaktır. Yatırımcılar, farklı getiri düzeyleri için en düşük risk seviyeli portföyleri yada farklı risk seviyeleri için en yüksek getirili portföylere yatırım yapmayı tercih edeceklerdir. Şubat 2012 – Aralık 2017 tarih aralığının verileri baz alınarak yapılan bu uygulamada, BIST 100’de yer alan 15 hisse senedi seçilmiş ve bu hisse senetleriyle oluşturulabilecek optimal portföyler bulunarak etkin sınır belirlenmiştir. Etkin sınır belirlenirken farklı risk seviyeleri baz alınmış ve baz bu risk seviyelerinde maksimum getiriyi veren portföylere göre ağırlıklar belirlenmiştir. Hesaplamalar yapılırken seçilen hisselerin ortalama getirileri, varyans-kovaryans matrisleri ve standart sapmaları kullanılmıştır. İstenen getiriler için en düşük risk değerleri ve portföy ağırlıkları Microsoft Excel’in solver eklentisi kullanılarak hesaplanmıştır. Seçilen hisse senetlerinin belirlenen aralıklardaki geçmiş getirileri ve varyans – kovaryans matrisleri kullanılarak öncelikle bütün hisselerden eşit miktarda alınarak eşit dağılımlı bir portföy oluşturulmuştur. Eşit dağılımlı portföy için öncelikle varyans, standart sapma ve portföy getirileri hesaplanmıştır. Oluşturulan eşit dağılımlı portföyün getirisi, varyansı ve standart sapması Şekil 2.’de sunulmuştur.

	71 aylık süre için hisse senetlerinin ortalama getirileri	Varyans Kovaryans Matrisi														Ağırlık	
		isgyo	deniz	arclk	tuprs	akbnk	vakbank	garan	sasa	vestl	zoren	petkm	asels	eregl	thyao		netas
isgyo	0,013426794	0,004463	-0,00058	0,002477	0,001125	0,003379	0,004024	0,003418	0,001902	0,002177	0,002662	0,001795	0,001737	0,000712	0,001661	0,00265	0,066667
deniz	0,010502921	-0,00058	0,016152	0,001053	3,64E-05	-9,7098E-05	-5,9E-05	-0,00064	0,002108	-0,00146	0,000499	-5,7E-05	0,000328	5,52E-05	-0,00058	0,004516	0,066667
arclk	0,019650215	0,002477	0,001053	0,006018	0,001877	0,003814	0,003987	0,00353	0,001939	0,002008	0,002199	0,002362	0,001915	0,001129	0,002368	0,001811	0,066667
tuprs	0,023472062	0,001125	3,64E-05	0,001877	0,004968	0,003688	0,003454	0,003635	0,001383	0,002523	0,002388	0,0021	0,003311	0,002154	0,002592	0,000817	0,066667
akbnk	0,00926777	0,003379	-9,7E-05	0,003814	0,003688	0,007019	0,006824	0,006487	0,001994	0,004903	0,004872	0,003584	0,003181	0,002993	0,003979	0,001216	0,066667
vakbank	0,015252529	0,004024	-5,9E-05	0,003987	0,003454	0,006824	0,009415	0,006872	0,00324	0,004754	0,006231	0,003897	0,003798	0,00331	0,004564	0,003449	0,066667
garan	0,010748916	0,003418	-0,00064	0,00353	0,003635	0,006487	0,006872	0,006887	0,001788	0,005047	0,004407	0,003272	0,003476	0,002732	0,004116	0,002162	0,066667
sasa	0,0421324	0,001902	0,002108	0,001939	0,001383	0,001994	0,00324	0,015337	0,002156	0,006021	0,003031	0,002351	0,003433	0,0021	0,000805	0,066667	
vestl	0,028767442	0,002177	-0,00146	0,002008	0,002523	0,004903	0,004754	0,005047	0,002156	0,024135	0,007934	0,004362	0,003783	0,005164	0,002285	0,002383	0,066667
zoren	0,014004005	0,002662	0,000499	0,002199	0,002388	0,004872	0,006231	0,004407	0,006021	0,007934	0,02005	0,00312	0,00344	0,002162	0,00403	0,000555	0,066667
petkm	0,02857393	0,001795	-5,7E-05	0,002362	0,0021	0,003584	0,003897	0,003272	0,003031	0,004362	0,00312	0,005815	0,002652	0,002565	0,003237	0,001802	0,066667
asels	0,044835565	0,001737	0,000328	0,001915	0,003311	0,003181	0,003798	0,003476	0,002351	0,003783	0,00344	0,002652	0,007326	0,001372	0,003979	0,00251	0,066667
eregl	0,02855298	0,000712	5,52E-05	0,001129	0,002154	0,002993	0,00331	0,002732	0,003433	0,005164	0,002162	0,002565	0,001372	0,007837	0,001379	0,0011	0,066667
thyao	0,031257247	0,001661	-0,00058	0,002368	0,002592	0,003979	0,004564	0,004116	0,0021	0,002285	0,00403	0,003237	0,003979	0,001379	0,010418	0,001841	0,066667
netas	0,014247453	0,00265	0,004516	0,001811	0,000817	0,001216	0,003449	0,002162	0,000805	0,002383	0,000555	0,001802	0,00251	0,0011	0,001841	0,02581	0,066667
Ort Getiri	0,013427	0,010503	0,01965	0,023472	0,00926777	0,0152525	0,010749	0,042132	0,028767	0,014004	0,028574	0,044836	0,028553	0,031257	0,014247		1
Ağırlık	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066666667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	0,066667	
Hissenin belirlenen ağırlıktaki getirisi		0,000895	0,0007	0,00131	0,001565	0,000617851	0,001015	0,000717	0,002809	0,001918	0,000934	0,001905	0,002989	0,001904	0,002084	0,00095	
Portföy getirisi	0,022311																
Varyans					0,003256495												
St. Sapma					0,057065708												

Şekil 2. Eş Dağılımlı Portföy Verileri

Yapılan ilk çalışmada kullanılan 15 hisse senedine de eşit dağılım yapılan bir portföy belirlenmiş, hisselerin eşit dağılımıyla oluşturulan portföy için; portföyün getirisi, varyansı ve standart sapması hesaplanmıştır. Eşit dağılımlı portföy için, portföyün toplam ağırlığı 1 olacak şekilde hesaplamalar yapılmıştır. Bu durumda her bir hisse senedine düşen ağırlık  $1/15 = 0,066667$  olarak kabul edilmiştir. Eşit dağılımlı portföy için hesaplanan varyans değeri; 0,003256495, standart sapma değeri; 0,057065708 ve portföy getirisi; %2,2311 olarak hesaplanmıştır. Eşit dağılımlı portföy etkin sınır grafiğinde yer alan bir portföy değildir. Sadece çalışmanın bundan sonraki adımlarına devam edebilmek için başlangıç olarak hesaplanmıştır. Eşit dağılımlı portföyün getirisi; %2,2311 olarak hesaplanmıştır. Daha önce de ifade edildiği gibi hesaplanan bu getiriye karşılık gelen 0,0457065708 standart sapma değeri; bu getiri için elde edilecek minimum risk değeri değildir. Etkin sınır grafiğini oluşturmak için yapılacak çalışmaya; %2,2311 getiriyi getirecek minimum riskli portföyü bularak başlamak makul olacaktır. Etkin sınırı belirlemek için %2,2311 getirili ve minimum riskli portföy bulunurken Excel'in solver eklentisi kullanılmıştır. Solver eklentisine girilen kısıtlar Şekil 3'de görülmektedir.



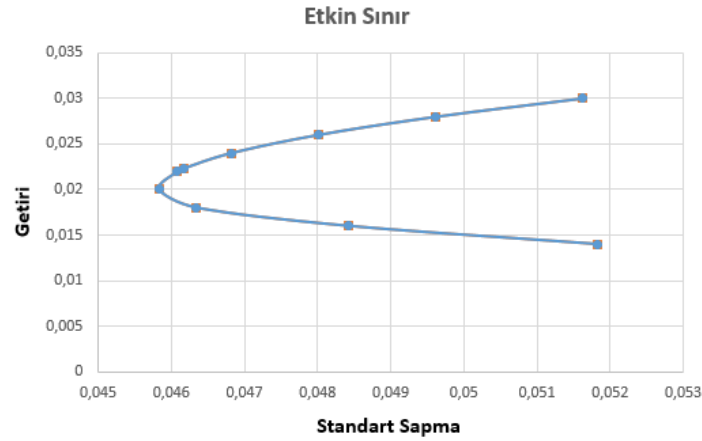
Şekil 3. Solver Eklentisi Parametreleri

Excel Solver kullanılarak; farklı getiri değerleri için minimum riskli 10 adet portföyün ağırlıkları, standart sapmaları ve varyans değerleri hesaplanmıştır. 10 portföy için getiri, varyans ve standart sapma değerleri Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2. 10 Optimal Portföy için Getiri Varyans ve Standart Sapma Değerleri

	Getiri	Standart Sapma	Varyans
Portföy 1	0,03	0,051614214	0,002664
Portföy 2	0,028	0,049618926	0,002462
Portföy 3	0,026	0,048006605	0,002305
Portföy 4	0,024	0,04681688	0,002192
Portföy 5	0,022311	0,046165752	0,002131
Portföy 6	0,022	0,046082479	0,002124
Portföy 7	0,02	0,045826643	0,0021
Portföy 8	0,018	0,046342463	0,002148
Portföy 9	0,016	0,048418569	0,002344
Portföy 10	0,014	0,051820288	0,002685

Elde edilen 10 optimal portföy için getiri – standart sapma grafiği çizildiğinde etkin sınıra ulaşılmış olur. Etkin sınır grafiği Şekil 4'de sunulmuştur



**Şekil 4. Etkin Sınır**

Etkin sınır üzerinde yer alan tüm portföyler optimaldir. Bu nedenle, yatırımcılar tercih ettikleri risk ve getiri oranlarına göre etkin sınır üzerinde bulunan portföylerden herhangi birine yatırım yapabilirler.

## 5. SONUÇ

Bu çalışma kapsamında ilk olarak; BIST 100’de yer alan 15 adet hisse senedinin (AKBNK, ARCLK, ASELS, DENİZ, EREGL, GARAN, ISGYO, NETAS, PETKM, SASA, THYAO, TUPRS, VESTL, VAKBN, ZOREN) 02/2012-12/2017 tarihleri arasındaki 71 aylık değerleri incelenmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen veriler incelendiğinde kullanılan 15 hisseden; ISGYO, DENİZ, TUPRAS ve EREGL hisse senetleri 10 optimal portföye de girerek en çok portföyde yer alan hisse senetleri olmuştur. Her hisse senedinin, hesaplanan 10 optimal portföydeki ortalama ağırlıklarına bakıldığında en fazla ağırlığın %31 ile ISGYO hisse senedinde olduğu ve onu sırasıyla; %14,8 ortalama ağırlık ile TUPRS, %13,50 ortalama ağırlık ile DENİZ ve %13,05 ortalama ağırlık ile EREGL hisse senetlerinin izlediği görülmüştür. VAKBN ve VESTL hisse senetlerine hiçbir portföyde yer verilmezken, NETAS ve AKBNK hisselerine sadece birer adet portföyde yer verildiği görülmüştür.

Çalışmada kullanılan 15 hisse senedinin eşit dağılımla bulunduğu portföy çıkarılmış, portföyün getirisi %2,2311 varyansı ise 0,003256495 olarak hesaplanmıştır. Markowitz Ortalama Varyans Modeli’ni kullanarak aynı getiriyi minimum varyans ile elde ettiğimiz optimal portföy çıkarıldığında; portföyde 15 hisse senedinden yalnızca 9 tanesinin kullanıldığı ve portföy varyansının 0,002131 olarak hesaplandığı görülmüştür.

Eşit dağılımlı portföy ile optimal portföy karşılaştırıldığında; optimal portföyün aynı getiriyi %34,55 daha az risk ile elde ettiği görülmüştür. Bu çerçevede çalışmada ulaşılan sonuçların, MPT’nin ileri sürdüğü savlar çerçevesinde gerçekleştiğini söylemek mümkündür. Bu anlamda çalışma literatür taraması kısmında yer verilen çalışmalar ile paralel sonuçlara ulaşmıştır. Çalışmada portföye yalnızca hisse senetleri dahil edilmiştir. Bununla birlikte portföyün çok farklı türdeki finansal varlıklar ile oluşturulması mümkündür.

## 6. KAYNAKÇA

- ABAY, R. (2013). “Markowitz Karesel Programlama ile Portföy Seçimi: IMKB 30 Endeksinde Riskli Portföylerin Seçimi”, Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 22 (2), ss. 175-194.
- AKÇAYIR, Ö., DOĞAN, B. ve DEMİR Y. (2014). “Elton-Gruber Kısıtlı Markowitz Kuadratik Programlama Modeli ile Portföy Optimizasyonu: BIST-50 Üzerine Bir Uygulama”, Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 19 (3), ss. 333-352.
- BAŞAR, M. (Ed.), KORKMAZ, T., AYDIN, N. ve SAYILGAN, G. (2013). Portföy Yönetimi, 1. Baskı Eskişehir, Anadolu Üniversitesi Web-Ofset Tesisleri.
- BAYRAMOĞLU, M. F. (2012). “Yüksek volatilité dönemlerinde gri sistem teorisi destekli Markowitz portföy optimizasyonu”, Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul

- BİLİR, H. (2016). “Determination of Optimal Portfolio by Using Tangency Portfolio and Sharpe Ratio”, *Research Journal of Finance and Accounting*, 7 (5), pp. 53-59.
- ÇETİN, A. C. (2007). “Markowitz Kuadratik Programlama ile Optimal Portföy Seçimi”, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 12 (1), ss. 63-81.
- ELTON, E. ve GRUBER, M. (1977). “Simple Rules for Optimal Portfolio Selection”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12 (3), pp. 329-345.
- KAYA, C. ve KOCADAĞLI, O. (2012). “Etkin Sınır ve Beta Katsayı Kısıtlı Portföy Seçim Modeli Üzerine Bir Uygulama”, *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11 (22), ss. 19-35.
- MARANGOZ, M. (2006). “Markowitz Portföy Seçim Modeli ve Yatırım Fonları Üzerine Bir Uygulama”, *Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul*.
- MARKOWITZ, H. (1952). “Portfolio Selection”, *The Journal of Finance*, 7 (1), pp. 77-91.
- PEKKAYA, M. (2011). “Afıma ve Figarch Yöntemlerinin Markowitz Ortalama Varyans Portföy Optimizasyonunda Kullanılması: IMKB-30 Endeks Hisseleri Üzerine Bir Uygulama”, *Doktora Tezi, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Zonguldak*.
- STATMAN, M. (1987). “How Many Stocks Make a Diversified Portfolio”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22 (3), pp. 353-363.
- TOPAL, Y. ve İLARSLAN, K. (2009). “Portföy Optimizasyonu Bağlamında Tanjant Portföyleri: IMKB 30 İşletmelerinden Bir Örnek”, *Afyon Kocatepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 11 (1), ss. 219-247.
- TORAMAN, C. ve YÜRÜK, M. F. (2014). “Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme İle Portföy Optimizasyonu: BİST-100 Uygulaması”, *Mukaddime*, 5 (1), ss. 133-148.
- UYGURTÜRK, H. ve KORKMAZ, T. (2015). “Portföy Optimizasyonunda Markowitz Modelinin Kullanımı: Bireysel Emeklilik Yatırım Fonları Üzerine Bir Uygulama”, *Muhasebe ve Finansman Dergisi*, - (68), ss. 67-82.
- YAKICI, T. ve AKAY, A. (2014). “Tahmine Dayalı Portföy Optimizasyonu: Modern Portföy Teorisinde Risk ve Beklenen Getiri Kavramlarına Alternatif Bir Yaklaşım”, *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 19 (özel sayı), ss. 119-132.
- YİĞİTER, Ş. ve AKKAYNAK, B. (2017). “Modern Portföy Teorisi: Alternatif Yatırım Araçları ile Bir Uygulama”, *K.S.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, 14 (2), ss. 285-300.
- URHAN, O. (2010). “Nicel Tekniklerin Optimal Portföyde Uygulanabilirliği”, *Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara*.
- ZEREY, G. ve TERZİ, E. (2015). “Portföy Seçimi ve BIST 30 Üzerine Bir Uygulama”, *International Anatolia Academic Online Journal*, 3 (2), pp. 38-46.